**第七周习题课 极值，含参积分**

**一．无条件极值**

1. 求函数的所有局部极值.
2. 求函数的极值．
3. （隐函数的极值）设由确定，求该函数的极值．

**二．条件极值**

1. 求原点到曲面的最短距离．
2. 当，，时，求函数在球面上的最大值，这里. 由此进一步证明，对于任意正实数，下述不等式成立 ．
3. 求抛物面  与平面  的交线（椭圆）的长轴、短轴的长．

**三．多元函数的最大值、最小值及其简单应用**

1. 求在所围闭区域上的最大值．
2. 设在上有二阶连续偏导数，在内满足，且在上， ，证明：当时， 。（提示：可用反证法证明）
3. 数在有界闭区域上连续，在D内部偏导数存在,在的边界上的值为零，在内部满足，其中是严格单调函数，且，

证明 .

1. 假设有连续的偏导数，在全平面除原点之外处处满足等式

.

求证原点是的唯一极小值点．并且满足．

1. 设, 满足。 求函数在平面第一象限,里 满足约束条件的最小值。 由此进一步证明Young不等式 ，。

（注：这是课本第一章总复习题第16题，page 97。 在一元微分学里，我们已经学习过利

用极值理论证明一些不等式。 利用多元极值理论，我们同样可以得到一些的不等式。本题

就是一个很好的例子。)